

De analemmatische zonnwijzer: Zonnwijzerpark Genk nr. 6

Frans W. Maes

De analemmatische zonnwijzer is een parkzonnwijzer bij uitstek en hoort dus zeker in de collectie van het Zonnwijzerpark thuis. En hoe prominent vertoont hij zich hier, op de splitsing van het pad bij het bruggetje over de Molenbeek (fig. 1) !

De analemmatische zonnwijzer heeft geen uurlijnen, zoals de poolstijl- en uurvlak-zonnwijzers, maar *uurpunten*, die op een ellips liggen. De lange as van de ellips loopt oost-west. De schaduwgever wordt verticaal op de datumschaal geplaatst, die op de korte as, noord-zuid lopend, ligt. Het is daarmee een azimut-zonnwijzer, die de richting van de zon in het horizontale vlak meet en daaruit de tijd afleidt.

Dit is de zesde aflevering van mijn rondleiding langs de unieke, boeiende, interessante, maar soms ook raadselachtige objecten in het Zonnwijzerpark te Genk.

De analemmatische zonnwijzer is een van mijn favoriete types, niet het minst omdat we er zelf een in onze tuin hebben aangelegd [1]. Ten opzichte van de aflevering in Zonnetijdingen (maart 2003), het blad van onze Vlaamse collega's, heb ik het artikel uitgebreid met een aantal onderwerpen die recent in de belangstelling kwamen.

Zie over het Zonnwijzerpark ook mijn website: <http://www.fransmaes.nl/genk/>.



Fig. 1. De analemmatische zonnwijzer met zijn opvallende schuine cirkel. Er valt wel eens een cijfer af, maar de Stad Genk repareert dat doorgaans snel.

De datumschaal is in feite een declinatieschaal: 21 juni ligt aan het noordeinde, 21 december aan de zuidkant. Maart en september, de maanden van de equinoxen, liggen in het midden en nemen meer plaats in dan de maanden rond de solsticia (fig. 2).

De zonnwijzer in Genk heeft een unieke toevoeging, "een element van originaliteit", zoals het informatiebordje (fig. 3) dat noemt: een schuin geplaatste cirkel met uurpunten die recht boven de overeenkomstige uurpunten op de grond liggen. De uurpunten-ellips is de projectie van deze cirkel. Die helt 39° , dat is het complement van 51° , de geografische breedte van Genk. Het waarom hiervan zal blijken als we het principe van de analemmatische zonnwijzer bespreken.



Fig. 2. De hardstenen plaat met de datumschaal vormt een betere oplossing dan de losse stenen waarover het informatiebordje rept, want bij regen spoelt de grond gauw weg. De datumschaal lijkt veel te lang, maar in feite loopt hij van de lijn onder "juni" tot de lijn boven "december".

Nu kun je een analemmatische zonnwijzer op een luciferdoosje tekenen en een lucifer als schaduwgever gebruiken, en dat werkt nog prima ook (als je het doosje goed oriënteert). Maar het aardige van de analemmatische parkzonnwijzer is dat je zelf als verplaatsbare schaduwgever kunt optreden. Een interactief uurwerk dus, waardoor je je eventjes deelgenoot voelt van het hemels raderwerk. Dan moet de grootte natuurlijk wel passen bij de menselijke maat, en dat is hier helaas niet het geval. De lange as is maar 2 meter. Ideaal voor kinderen, zoals het bordje suggereert? Ja, van pakweg 60 cm, maar helaas, die moeten het staan nog leren.

Het ontwerp van René Vinck (fig. 4) had een lange as van 4 meter, heel geschikt voor kinderen in de lagere-schoollleeftijd. De schuine cirkel was er massief gedacht, en om

6 - Analemmatische zonnwijzer

Type : analemmatische of Brou zonnwijzer
 Ontwerper : René Vinck (België)
 Uitvoering : Julien Lyssens (België)
 Aflezing : uren van 6 tot 18 uur in ware plaatselijke zonnetijd

Bij deze zonnwijzer is de medewerking van de bezoeker vereist: bij gebrek aan een schaduwwerper is het zijn eigen schaduw die ditmaal het juiste zonne-uur zal aangeven. Daartoe moet hij wel op de juiste plaats gaan staan. Deze wordt aangegeven door de steen die overeenkomt met de datum van de bezoekdag.

Om een element van originaliteit toe te voegen aan dit ontwerp is er een cirkelboog geconstrueerd onder een helling van 39° met het horizontale vlak.

Deze actieve zonnwijzer is, met zijn kleine afmetingen, ideaal voor kinderen, die zo zelf voor zonnwijzer spelen.

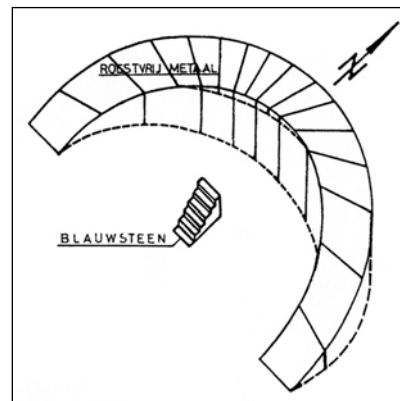


Fig. 4. Schets van het oorspronkelijke ontwerp van René Vinck. Bron: documentatie bij het symposium in juni 1998 bij de start van het project.

Fig. 3. Het informatiebordje bij de analemmatische zonnwijzer.

de schaduw te verlengen was de datumlijn uitgevoerd als een trapje. Ook dat zou een origineel, zelfs uniek element gevormd hebben, al zou het voor het aflezen niet bepaald nodig zijn geweest.

De menselijke maat

Wat is dan wél een mooie maat? De schaduw van je lichaam moet liefst niet over de uurpunten vallen, want die is al gauw te breed om de tijd goed te kunnen aflezen. Als je schaduw de ellips niet haalt, kun je hem verlengen door je handen boven je hoofd tegen elkaar te houden. Je ziet dan een mooie 'pijl' die je heel nauwkeurig kunt verlengen naar de urenring. Bij een lange as van 6 à 7 meter kun je zo een nauwkeurigheid van 5-10 minuten halen, en dat is in de orde van grootte van de tijdsvereffening.

Dit geldt natuurlijk niet kort na zonsopkomst en tegen zonsondergang, want dan is je schaduw altijd

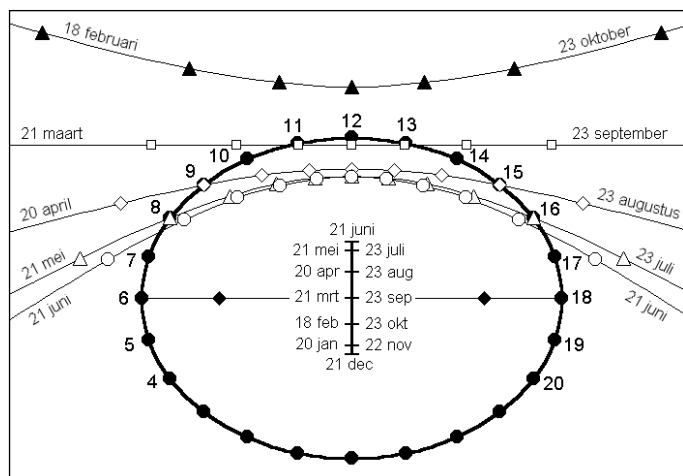


Fig. 5. Verloop van de schaduw van een kind van 1.20 m over de wijzerplaat, bij een lange as van 4 m, voor de breedte van Genk. Symbolen in de datumbogen per heel uur. De ruitvormige punten op de lange as zijn de brandpunten van de ellips.

te lang. Laten we eens uitgaan van het oorspronkelijke ontwerp (lange as 4 meter) en een 9-jarige van 1.20 meter lang. Fig. 5 laat zien hoe de schaduw van zijn kruin in de loop van de dag en het jaar op de wijzerplaat valt. De schaduw blijft tijdens het zomerhalfjaar gedurende een groot deel van de dag binnen de ellips en kan gemakkelijk verlengd worden naar de urenring. Kleiner zou hij niet moeten worden. Opgeschaald naar volwassenen is een lange as van 6 meter dus zo ongeveer het minimum. Die in onze tuin [1] meet 7 meter, en dat voldoet prima.

Historie

Wie de analemmatische zonnwijzer uitgevonden heeft, is niet bekend. Hij wordt voor het eerst beschreven door Vaulezard in 1644 en door Samuel Foster in 1654 [2]. Eerstgenoemde gebruikte de term *cadran analématique*. De relatie met het *analemma*, een meetkundige constructie die de oude Grieken gebruikten, is echter onduidelijk. Om de verwarring te vergroten heet de tijdsvereffeningslus in het Angelsaksisch jargon ook *analemma*.

De aanduiding "Brou zonnwijzer", op het informatiebordje verwijst naar Brou, een voorstadje van Bourg-en-Bresse in Frankrijk. Daar ligt vóór de fraaie kathedraal de oudste zonnwijzer van dit type (fig. 6). Zijn leeftijd is onbekend. Een legende wil dat hij tijdens de bouw van de kerk (1513-1532) is aangelegd om dispuuten over de werktijd te beslechten. Dat kan dan alleen het einde van de werktijd betroffen hebben, want 's morgens ligt de zonnwijzer in de schaduw.

Wel zeker is dat de astronoom Joseph Jérôme de Lalande, die geboortig was uit Bourg, in 1762 de bestaande zonnwijzer op zijn kosten liet restaureren en verplaatsen naar een plek



Fig. 6. De oudste analemmatische zonnwijzer, voor de kathedraal van Brou (Bourg-en-Bresse, Frankrijk) ligt hier nog in de ochtendschaduw. De lange as van de ellips is een royale 11.5 m. De schaduwgever, een staaf van 1.9 m hoog op een

vlak voor het kerkportaal, waar hij minder te lijden had van het verkeer. Lalande schreef ook een verhandeling over de analemmatische zonnwijzer, waarin hij het bewijs voor de constructie "een van de meest ingewikkelde problemen van de hele gnomonica" noemde. Dat blijkt mee te vallen, zoals we hieronder zullen zien.

In 1902 was de kerk van Brou danig in verval geraakt en brokstukken bedreigden de zonnwijzer. Die werd toen verplaatst naar de huidige plek op het voorplein. Na Brou bleven analemmatische zonnwijzers vooralsnog een Franse aangelegenheid: Dijon (1827), Besançon (1902), Montpellier (1927), Avignon (1931) en Vienne (1937). Pas daarna kwamen er in de Longwood Gardens (USA, 1939) en Basel (Zwitserland, 1951).

De zonnwijzer in Besançon, bij het Observatorium gelegen, heeft als bijzonderheid dat hij de Juliaanse uurtelling hanteert. Die werd vroeger door astronomen gebruikt. De dag begint daarbij om 12 uur 's middags, zodat de datum niet wisselt tijdens de nachtelijke werktijd. De uurpunten lopen van 0 tot 23, met de 0 aan de noordkant. Tot voor kort was de zonnwijzer in erbarmelijke conditie [3], maar een gezamenlijke actie van de plaatselijke afdeling van Monumentenzorg, het Observatorium en de Astronomische Vereniging van Franche-Comté heeft tot restauratie geleid. De officiële inwijding zal naar verwachting rond de herfstequinox plaatsvinden. Hulde!

De gnomonicus Marinus Hagen legde in 1974 de eerste analemmatische zonnwijzer in Nederland aan in zijn tuin. Het eerste openbare exemplaar werd op het St. Janskerkhof in Utrecht aangelegd, volgens het ontwerp dat de Zonnwijzerkring bij haar eerste lustrum in 1983 aan de stad aanbood.

De platen met de uurscijfers gingen niet lang mee, en de Gemeente gebruikte de wijzerplaat soms als opslagplaats. Pas in 2001 werd de zonnwijzer gerestaureerd, zodat hij er weer stralend bijlag voor de groepsfoto op de excursie van 2002 [zie Bulletin 02.3.4).

Het principe

Het principe van de analemmatische zonnwijzer laat zich het best uitleggen aan de hand van de 'gewone' armillaire sfeer, zoals nr. 1 in het Zonnwijzerpark (fig. 7). Deze verklaring is al gegeven door

Lalande in 1784.

Als het bijv. 11 uur is, valt de schaduw van de poolstijl precies op het cijfer 11 op de urenring (punt H). En dat onafhankelijk van de datum, dus van de zonshoogte. Maar van welk punt van de poolstijl komt die schaduw?

Dat gaan we na door een zonnestraal 'door' de poolstijl naar het 11-uurs punt te trekken. Op het zomersolstitium (21 juni) staat de zon hoog en is de schaduw op de urenring afkomstig van punt S. Op de equinoxen (21 maart en 23 september) staat de

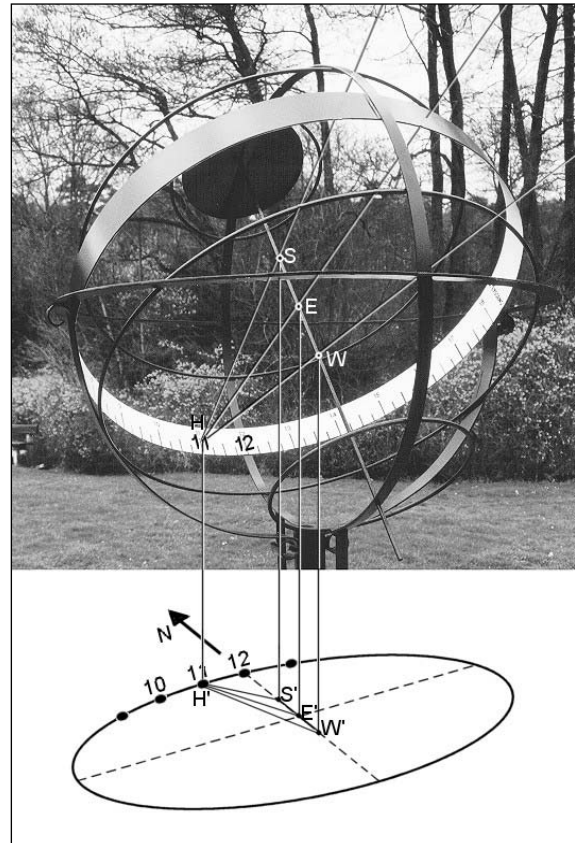


Fig. 7. De analemmatische zonnwijzer ontstaat door projectie van de equatoriale urenring en de poolstijl op het horizontale vlak.

zon lager en is het de schaduw van punt E die op het 11-uurs punt valt, en op het wintersolstitium (21 december) is het de schaduw van punt W. Op deze manier kun je je voorstellen dat er langs de poolstijl een datumschaal ontstaat. Die loopt van 21 juni (punt S) tot 21 december (punt W) en weer terug naar 21 juni.

Projecteer nu de urenring recht naar beneden op de grond. De projectie is een ellips, met de lange as oost-west en de korte as noord-zuid. Op de ellips liggen de projecties van de urenpunten, waarvan er een paar zijn aangegeven. Het 11-uurs punt H projecteert bijv. op H'.

Projecteer ook de datumschaal die we langs de poolstijl gedacht hadden, loodrecht naar beneden. De punten S, E en W op de poolstijl geven resp. de punten S', E' en W' op de korte as van de ellips. Zo ontstaat er langs de korte as een datumschaal die van punt S' naar punt W' loopt en weer terug.

Stel je nu voor dat de lijn S-S' een dunne staaf is. De schaduw daarvan zal op 21 juni precies op punt H' vallen, het 11-uurs punt op de ellips. Evenzo zal op de equinoxen de schaduw van de staaf E-E' op punt H' vallen, en op 21 december de schaduw van W-W'.

Nu de laatste stap: vervang de rij verticale staven door een verplaatsbare staaf. Als je die om 11 uur op het juiste punt van de datumschaal S'-W' plaatst, zal zijn schaduw op het 11-uurs punt van de ellips vallen. In fig. 7 zie je dat de schaduw dan tevens op de verticale lijn H-H' valt. Het urenpunt H' mag dus naar boven uitgerekt worden tot een 'uurstaaf', omdat de schaduwgever ook verticaal staat. Daarom ligt het 11-uurs punt op de schuine cirkel in fig. 1 recht boven de 11-uurs tegel op de grond.

Constructie

Uit het bovenstaande valt ook het constructievoorschrift voor de analemmatische zonnwijzer af te leiden. De lange as is gelijk aan de diameter van de equatorring van de armillairsfeer en de korte as is de lange as maal de sinus van de geografische breedte. Deze verhouding noemt men de *excentriciteit* van de ellips. In Genk is die $\sin(51^\circ) = 0.78$. Uitgaande van een cirkel met urenpunten op gelijke afstanden (telkens 15°) verklein je alle noord-zuid afstanden tot 78%, en klaar is de ellips met urenpunten.

De lengte van de datumschaal S-W langs de poolstijl is de diameter van de equatorring maal de tangens van 23.5° (de maximale zonsdeclinatie), dus 43% ervan. De projectie S'-W' is de lengte S-W maal de cosinus van de breedtegraad; die is hier 63%. De lengte van de datumschaal op de grond is dus $0.63 \times 0.43 = 27\%$ van de lange as. De

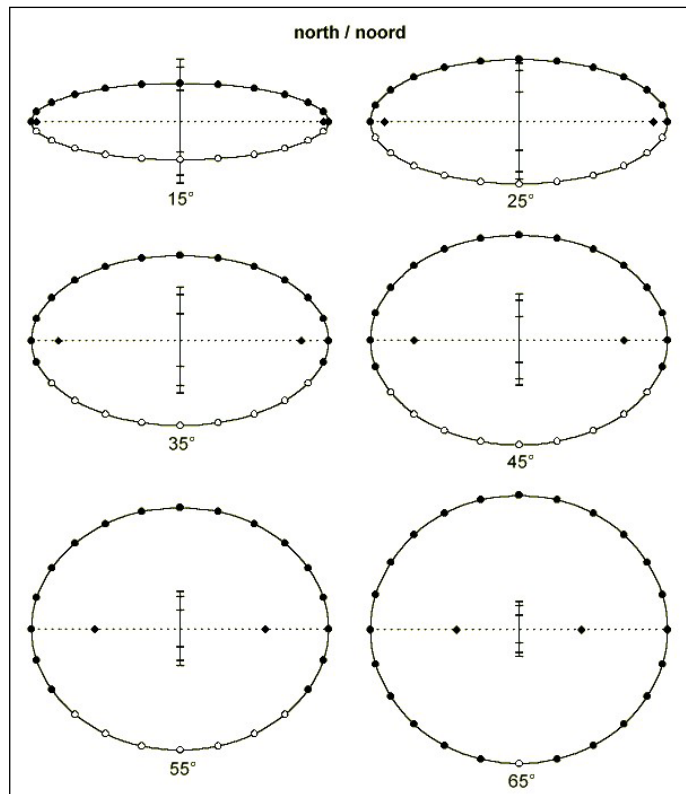


Fig. 8. De analemmatische zonnwijzer op verschillende (noorder)breedtes. De dichte urenpunten zijn de 'functionele' voor die breedte. De datumschaal is verdeeld volgens de dierenriemaanden.

schaalverdeling geeft, zoals eerder gezegd, in feite de declinatie van de zon weer door het jaar heen.

De excentriciteit van de ellips en de lengte van de datumschaal hangen dus af van de breedtegraad. Fig. 8 laat dit zien. Naar de polen toe groeit de korte as en krimpt de datumschaal. Op de pool wordt de ellips een cirkel en de datumschaal een punt: de equatoriale zonnwijzer is terug. Binnen de keerkringen wordt de datumschaal langer dan de korte as. Beneden de 30° sta je 's zomers dichtbij of op de ellips en is er geen goede aflezing mogelijk. De analemmatische zonnwijzer is dus het meest aantrekkelijk zo tussen de 35° en 55° .

Variaties

Nu is ook duidelijk waarom die schuine cirkel in fig. 1 onder een hoek van 39° staat. De equatoriale urenring staat namelijk ook onder 39° , zij het dat daarbij de zuidkant het hoogste is. Beide cirkels geven dezelfde ellips als je ze op het horizontale vlak projecteert.

De urenpunten op de schuine cirkel zijn homogeen verdeeld, d.w.z. ze liggen op gelijke hoekafstanden van 15° . Daarmee is een interessante variatie mogelijk, die we aantreffen in de zonnwijzer die Gordon Taylor in 1975 ontwierp voor het 300-jarig bestaan van het Observatorium van Greenwich (fig. 9). Dat was toen gevestigd in het kasteel van

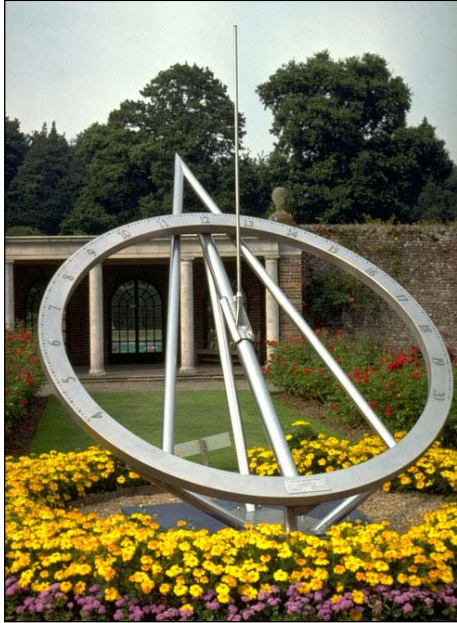


Fig. 9. De hellende homogene zonnwijzer bij het Observatorium van Greenwich, hier nog in de tuin van Herstmonceux Castle. De diameter van de ring is 3.2 m. Inmiddels staat de zonnwijzer weer in Herstmonceux. (Foto: David Roles, Edmonton, Canada).

Herstmonceux (East Sussex). De schaduwgever is een staaf die langs de middellijn van de cirkel verplaatst kan worden, en de urenring is draaibaar, zodat de correctie voor de zonetijd en de tijdsvereffening ingesteld kan worden. Daarmee kan de zonnwijzer op de minuut nauwkeurig de kloktijd wijzen. Kan, want in 1998 is het Observatorium wegbezuinigd en daarmee het personeel dat de zonnwijzer elke paar dagen bijstelde.

In fig. 7 wordt de armillaire sfeer verticaal geprojecteerd op het horizontale vlak. De hele constructie blijft echter geldig bij projectie van de equatoriale ring en de poolstijl in een willekeurige richting op een willekeurig georiënteerd vlak. Daarbij komt de schaduwgever telkens in de projectie-richting te staan. Hans de Rijk heeft dat uitgewerkt in een serie verhelderende artikelen [4]. Hij heeft ook de term *equatorprojectie-zonnwijzers* voor deze familie van instrumenten geïntroduceerd.

Eén familielid kwamen we hierboven al tegen: de zonnwijzer van Herstmonceux. Er zijn er meer waarbij de uurpunten geen ellips, maar een cirkel vormen. Bijvoorbeeld de horizontale Foster-Lambert zonnwijzer (door Foster in 1654 beschreven en door Lambert in 1777 opnieuw uitgevonden). Bij de zonnwijzer van Herstmonceux wordt de equatorring gespiegeld t.o.v. het horizontale vlak, bij de Foster-Lambert zonnwijzer t.o.v. een vlak dat de hoek tussen equatorvlak en het horizontale vlak middendoor deelt (fig. 10).

De 'achtjesziekte'

Men treft nog wel eens een 8-vormige lus rond de datumschaal aan, of zelfs in plaats van een datumlijn. Kennelijk is dit bedoeld om de tijdsvereffening in rekening te brengen, door niet op maar naast de datumlijn te gaan staan. Bij een bepaalde breedte van de lus kan de correctie rond het middaguur wel kloppen, maar dan is hij eerder op de ochtend en later op de middag te klein. Om 6 en 18 uur heeft de correctie geen effect, terwijl hij in de vroege ochtend- en de avond-uurtjes zelfs verkeerd om werkt.

De bron van deze aandoening is waarschijnlijk de zonnwijzer in Brou, waar een dergelijke lus toegevoegd is bij de restauratie in 1902 (fig. 11, links). Dat is gebeurd door de aannemer, die tevens zonnwijzer-amateur was. Mayall & Mayall, auteurs van een in Amerika gezaghebbend zonnwijzerboek [6], namen de vermeende functie van de lus klakkeloos over, compleet met foto. Dat is waarschijnlijk de reden dat het lus-virus vooral in Noord-Amerika en Australië de kop opsteekt.

Er zijn twee uitzonderingen. De lus rond de datumlijn bij de zonnwijzer van Marinus Hagen had een eigen minutenschaal haaks op de datumlijn, waarop de tijdsvereffening afgelezen kon worden (fig. 11, rechts).

De andere uitzondering is de zonnwijzer in de Longwood Gardens. De ellips is op het 12-uurs punt in tweeën gesplitst en elke helft heeft een eigen lus. Die hebben niet de gebruikelijke vorm van de tijdsvereffeningslus, maar zijn speciaal zo berekend dat de kloktijd afgelezen kan worden met een fout die nooit meer dan enkele minuten bedraagt.

Overigens is de analemmatische zonnwijzer een typische zomer-attractie. En dan is de tijdsvereffening, althans op het noordelijk halfrond, nooit



Fig. 10. Foster-Lambert zonnwijzer in Muttenz (bij Basel, Zwitserland). De diameter is 1 meter. De uurschaal is homogeen (15° per uur). Door hem te draaien kunnen lengtecorrectie, tijdsvereffening en zomertijd in rekening gebracht worden. Bron: [5].

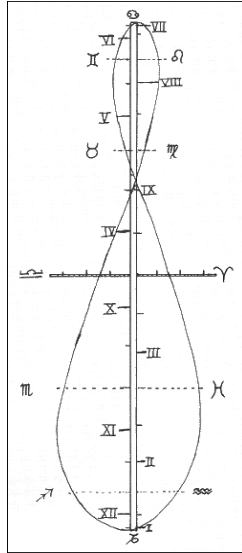
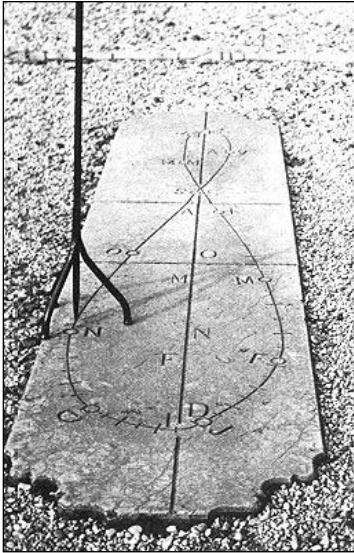


Fig. 11. Rond de datumlijn van de zonnewijzer in Brou (links) is in 1902 een tijdsvereffeningslus aangebracht, waarop men de schaduwgever plaatst. Dit is onjuist. De rechter figuur toont hoe het wél mag: Hagen bracht langs de datumlijn een grafiek van de tijdsvereffening aan. De waarde wordt afgelezen langs de horizontale lijn; één schaaldeel is 5 minuten. Bron: [7].

meer dan 6 minuten. Dus die lussen zijn eigenlijk sowieso overbodig!

Lambert-cirkels en seasonal markers

Lambert toonde aan dat een cirkel door de brandpunten van de uurpunten-ellips en een punt van de datumschaal de ellips snijdt op de tijdstippen van zonsopkomst en -ondergang. Onlangs gaf Willy Leenders een even eenvoudig als elegant bewijs van de 'stelling van Lambert' [8]. Zijn bewijs verloopt in drie stappen:

1. de coördinaten van de uurpunten van zonsopkomst en zonsondergang voor een bepaalde datum worden bepaald;
2. de vergelijking van de 'Lambert-cirkel' door de brandpunten en het betreffende punt op de datumschaal wordt bepaald;
3. bij invullen blijken de coördinaten uit stap 1 te voldoen aan de vergelijking uit stap 2. Voilà.

De enige analemmatische zonnewijzer met een volledige set Lambert-cirkels die ik ken, is die van Bote Holman in Ootmarsum. Deze heeft een cirkelboog voor elke Dierenriem-maand, dus zeven in totaal.

Als uitvloeisel van een discussie op de *Sundial Mailing List* ontdekte Roger Bailey uit Canada een lineaire benadering [9]. Je kunt op de oost-west lijn aan de westkant een merkpunt (*seasonal marker*) aanbrengen met heel aardige eigenschappen:

- als je erop gaat staan en over een punt op de datumschaal kijkt, zie je waar de zon op die datum opkomt;

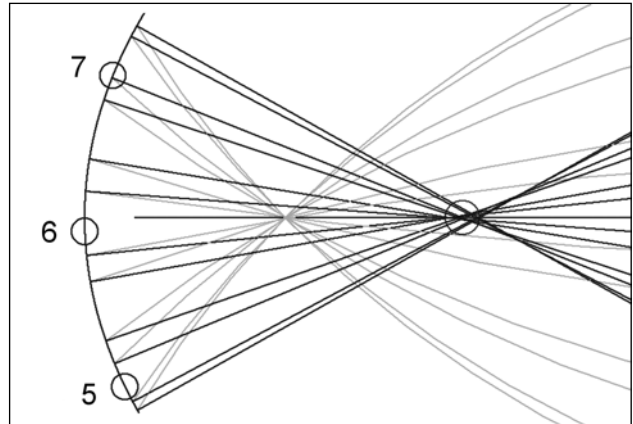


Fig. 12. Vergelijking van de Lambert-cirkels en het lineaire alternatief, per kalendermaand getekend. De rechte lijnen snijden de oost-west as binnen het rondje, de seasonal marker voor zonsopkomst. De zonnewijzer is berekend voor 36.9° NB en een lengtecorrectie van 8 minuten (2°). Bron: [9].

- als je op de datumschaal gaat staan en over het merkpunt kijkt, kun je op de ellips met uurpunten aflezen hoe laat de zon op die datum opkomt. Symmetrisch aan de oostkant ligt het merkpunt voor zonsondergang. De lijnen gaan niet exact door één punt, maar de benadering is toch heel aardig, vooral voor lagere breedten (fig. 12).

Referenties

- [1] F.W. Maes, Analematische zonnewijzer te Peize (Dr.), Bulletin van de Nederlandse Zonnewijzerkring, 2000 nr. 1, p. 20-21. In iets gewijzigde vorm: www.fransmaes.nl/zonnewijzers/nl/onzetuin.htm.
- [2] Alle historische en vele moderne artikelen over analemmatische zonnewijzers zijn verzameld, zo nodig in Engelse vertaling, in: F.W. Sawyer, The Analemmatic Sundial Sourcebook, North American Sundial Society, 2004. Het is samengesteld ter gelegenheid van het 10-jarig bestaan van de NASS en nog verkrijgbaar in digitale vorm; zie de NASS-website: <http://www.sundials.org/>. Een absolute *must* voor de liefhebber!
- [3] F.W. Maes, De vergeten zonnewijzer in Besançon, Bulletin van de Nederlandse Zonnewijzerkring, 2001 nr. 2, p. 24-25.
- [4] J.A.F. de Rijk, Equatorprojectie-zonnewijzers, Bulletin van de Nederlandse Zonnewijzerkring, 1981 nr. 10, p. 475-481 en 482-487, en 1982 nr. 11, p. 503-508.
- [5] Website van Karl Schwarzingger (Oostenrijk): <http://members.aon.at/sundials/>, zonnewijzer nr. 30 (in het Duits en Engels).
- [6] R.N. Mayall & M.W. Mayall, Sundials: Their construction and use, 3e druk. Dover, New York 2000 (de eerste druk is al van 1938).
- [7] M. Hagen, De analemmatische zonnewijzer met verplaatsbare gnomon, Zenit 3 nr. 1, 1976, p. 9-12.
- [8] W. Leenders, Geven Lambertcirkels de zonsopgang en de zonsondergang aan? Ja, maar ..., Zonnetijdingen 28, 2003, p. 9-10.
- [9] R.T. Bailey, Seasonal markers for analemmatic sundials, NASS Compendium 10 nr. 3, 2003, p. 1-7.